

Propuestas afectivas
para un aprendizaje
efectivo

Facilitando el Aprendizaje de las Matemáticas



*“El peor de los pecados de la instrucción es ser aburrida”
George Herbert*

Yazmín E. Sánchez López

Programa Alcanzando el Éxito en Secundaria

Maestría y Doctorado UNAM

INTRODUCCIÓN

*“Díame y lo olvidó, enséñame y lo recuerdo,
Involúcrame y lo aprendo”
Benjamín Franklin*

Como docente, seguramente ha visto muchas veces que los alumnos sufren de bloqueos al realizar actividades de matemáticas, la necesidad de saber el origen de dichos bloqueos ha llevado a que los investigadores pongan su atención en aspectos afectivos como las creencias de los alumnos.

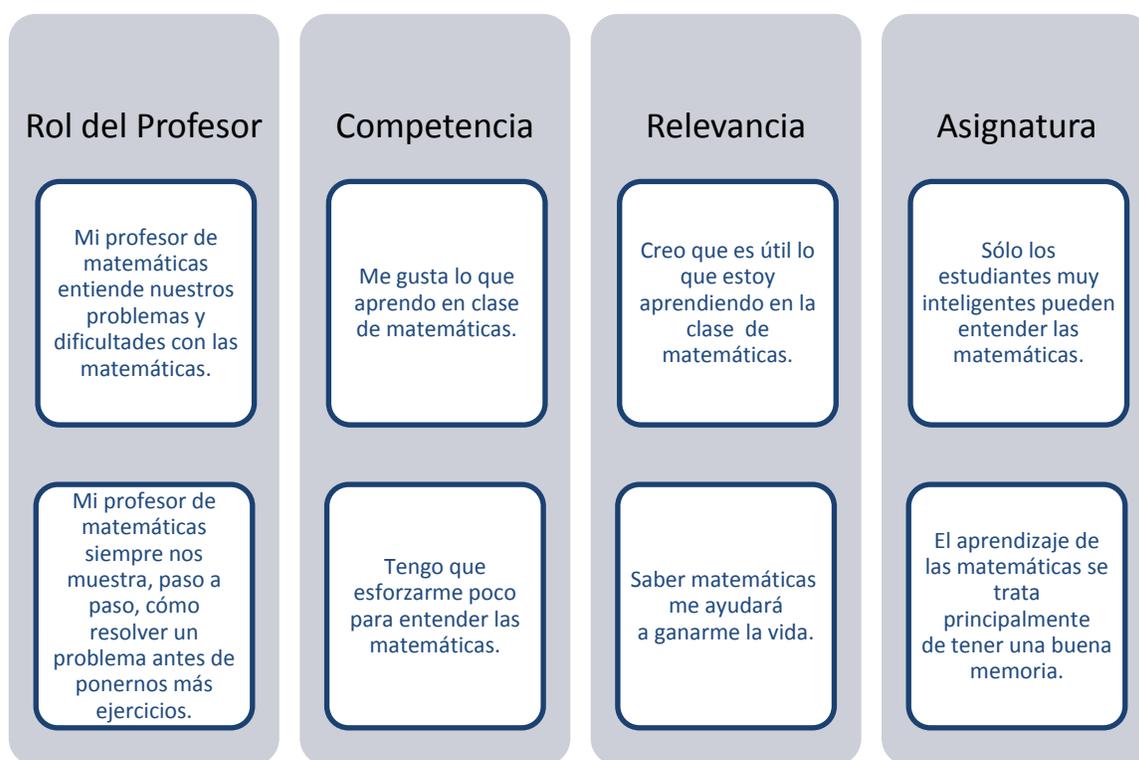
Probablemente usted se estará preguntando: ¿Creencias? ¿Qué son? ¿Dónde las encontramos? ¿Cómo se originan? ¿Cómo influyen en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas? Para comenzar debemos saber que las creencias suelen ser nombradas como verdades incontrovertibles que los individuos van construyendo a partir de sus experiencias y que generalmente determinan las conductas de las personas. Tienen un carácter subjetivo y los alumnos las forman a partir de sus experiencias.

La influencia de las creencias en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas es tan grande y significativa, que existen numerosas investigaciones enfocadas tanto a alumnos como a profesores.

Respecto a los profesores, se ha encontrado que sus creencias determinan la forma de presentar su clase o la elección de materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas. En tanto que las creencias de los alumnos, en conjunto con la motivación, influyen para el éxito o fracaso en la materia. Por ejemplo: si el alumno percibe que el problema es fácil (creencia) y se siente capaz de resolverlo (motivación), entonces tendremos un alumno cuyo resultado será exitoso; por el contrario, si constantemente dice que las matemáticas son difíciles (creencia) y tiene un historial de materias reprobadas que es identificado tanto por maestros como por padres (motivación), entonces tendremos un resultado desfavorable.

Se puede decir que cuanto más favorables sean las creencias, más positiva la motivación, la valoración de la matemática, la expectativa de éxito (por lo aprendido en la escuela) y el cumplimiento en las tareas escolares, mayor será el rendimiento.

Con el fin de ahondar más en el tema, se realizó una investigación para conocer las creencias de los estudiantes de secundaria, respecto a la materia de matemáticas. Para esto, a los alumnos se les presentaron diferentes reactivos relacionados con: 1. El rol que ellos creen que debe jugar el profesor, 2. Qué tan competentes se sienten en matemáticas, 3. Si consideran que es una materia importante o 4. La perciben como una asignatura difícil. A continuación se presentan ejemplos de cada categoría¹:



En la investigación citada, se encontró que dependiendo del nivel de calificaciones (bajo, medio o alto) los alumnos se percibían competentes o consideraban la asignatura relevante o difícil. Es decir, los alumnos bajos, (que tienen calificaciones de 5 y 6) se

¹ Ver Anexo para consultar el instrumento completo

perciben menos competentes y consideran las matemáticas difíciles y poco importantes; por el contrario los alumnos en nivel alto (calificaciones de 9 y 10) consideran que son eficaces al trabajar en la materia y además creen que las matemáticas son fáciles y útiles para su vida diaria.

En la misma investigación, un hallazgo importante fue la percepción que tienen del profesor; no importando el nivel (alto, medio, bajo), el sexo (hombre mujer) o el grado escolar (1°, 2°, 3°), todos creen que el profesor de matemáticas es una persona distante y está muy interesado en transmitir contenidos, dejando de lado aspectos importantes relacionados con sus alumnos como: interesarse por su aprendizaje, sentimientos y curiosidades.

Esta situación se presenta en diversos países, por ejemplo en España e Inglaterra, se encontró que los alumnos mayores (15 años) perciben más distante al profesor que los más jóvenes (12 años), además todos concebían las matemáticas como una asignatura inaccesible. Los estudiantes eslovacos y los ingleses creen que sus profesores no les facilitan el aprendizaje; mientras que los irlandeses y españoles, perciben a su profesor ligeramente más positivo como facilitador de aprendizaje.

Considerando el papel central que juega en la clase, la relación entre alumnos y docentes, se decidió realizar el presente cuadernillo de propuestas para fortalecer los aspectos afectivos relacionados con el aprendizaje de las matemáticas que los docentes de matemáticas, puedan incorporar a su dinámica diaria de clase.

El cuadernillo se encuentra dividido en tres capítulos:

- ❖ **MOTIVAR PARA APRENDER:** Retoma aspectos que apoyen a los profesores para fomentar que los alumnos se perciban capaces y se sientan interesados en aprender matemáticas, con esto se espera favorecer el aprendizaje y amenizar la clase.

- ❖ **COLABORAR PARA APRENDER:** Se enfoca en sugerencias para propiciar una clase en la que el alumno se identifique con el profesor, partiendo de la idea de que es importante conocer las dificultades y sentimientos de sus alumnos al intentar aprender matemáticas. La meta es que los estudiantes tengan una mejor percepción de la clase y del profesor.

- ❖ **APRENDER CON SENTIDO:** Se proponen diversas dinámicas de enseñanza para realizar actividades, explicar y solucionar problemas de forma que lo aprendido tenga sentido para el alumno y no se limite a recitar o repetir sin tener idea de lo que hace o dice.

Cada capítulo está conformado por dos secciones:

- **Inicio y Contextualización:** En la que se presenta una breve introducción del tema y realiza un pequeño test respecto a la percepción de cómo debe ser el profesor al motivar, relacionarse e impartir su clase; cada test lleva una pequeña retroalimentación.

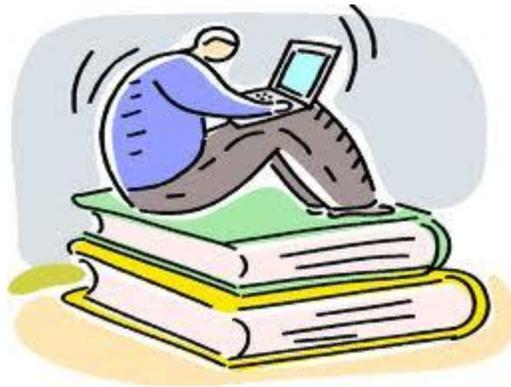
- **Propuestas:** Se muestran al profesor una serie de afirmaciones relacionadas con el tema a partir de las cuales se realizan sugerencias, ejemplos y actividades a desarrollar; al final de cada una se presentan evaluaciones que permitirán visualizar los avances.

En este apartado, se incluyen iconos, con el fin de facilitar el acercamiento del docente con cada aspecto retomado. A continuación se realiza una lista de éstos:

ICONO	NOMBRE	DESCRIPCIÓN
	SUPUESTO	Se incluyen las propuestas realizadas al docente.
	SUGERENCIA	Engloba las ideas dadas para cumplir la propuesta
	EJEMPLO	En éste apartado se ejemplifican las ideas
	ACTIVIDAD	Se refiere a la puesta en práctica de las sugerencias (retomando los ejemplos).
	REFLEXIÓN	Actividad que permite que el docente contraste dos situaciones y llegue a la conclusión de cuál sería la más adecuada.
	EVALUACIÓN	Permite al docente monitorear sus avances.

CAPÍTULO 1.

Motivar para aprender



*"La primera tarea de la educación es agitar la vida,
pero dejarla libre para que se desarrolle."*

Montessori

En una investigación realizada en 2011 se encontró que los alumnos de una secundaria pública perciben al profesor de matemáticas como una persona distante que difícilmente interactúa con ellos. Desde la perspectiva de esos alumnos, la estructura de las clases está poco enfocada para que ellos disfruten las cosas nuevas que aprenden en los cursos de matemáticas, creen que los errores no están permitidos, y que el profesor deja de lado sus sentimientos.

Éste apartado se enfocará en la importancia de que el profesor promueva la motivación de sus alumnos en la clase de matemáticas.

CONTEXTUALIZACIÓN

Por favor responda el siguiente test:

¿Qué tan adecuado es que un profesor de matemáticas?:

	A	B	C
	Adecuado	Poco adecuado	No adecuado
Promueva que los alumnos disfruten cosas nuevas			
Crea que los errores son permitidos siempre y cuando los alumnos aprendan de ellos			
Valore que los alumnos se esfuercen aunque los logros sean menores a los esperados			
Explique por qué las matemáticas son importantes			
Trate de que las clases sean interesantes			

VERIFICANDO LAS RESPUESTAS

Mayoría de A: ¡MUY BIEN! Sus creencias ayudarán a favorecer la motivación de sus alumnos

Mayoría de B: VA POR BUEN CAMINO. Tiene algunas dudas pero si sigue trabajando pronto logrará la motivación necesaria para que sus alumnos se interesen más por las matemáticas.

Mayoría de C: ¡CUIDADO! Se enfoca en dar su clase y se olvida de motivar a sus alumnos. Transmitir el conocimiento es una preocupación genuina pero no debe ser la única. Es importante considerar que para aprender los contenidos, los alumnos se sientan motivados.

PROPUESTAS

Gómez-Chacón (2005) propone diferentes estrategias para motivar a los alumnos de secundaria. Principalmente se enfocan en la motivación intrínseca, es decir, motivar al estudiante retomando su curiosidad nata, aprender por el gusto de conocer. Es importante que usted como profesor fomente la motivación de los alumnos, ya que esto favorecerá su interés en la materia.

1. Explicar qué se espera lograr en la clase.

Una novedosa perspectiva basada en el aprendizaje centrado en el alumno (Lebrija, 2010) asegura que el aprendizaje debe estar dirigido a metas significativas y específicas. Retomando esa afirmación considere la siguiente propuesta.

SUGERENCIA:



Comenzar la clase explicando de qué tratará y escribiendo en el pizarrón la meta, es decir lo que se espera lograr en cada clase, así estará a la vista de todos y la tendrán presente en todo momento.

En ocasiones un mismo tema implica varias metas y algunas veces lograrlas todas puede llevar varias sesiones, por ejemplo el tema de comprender las aplicaciones del teorema de Pitágoras, tiene varias metas: representar en un triángulo su significado, aprender a emplear la fórmula, aplicar el teorema a la solución de problemas, etc. Por ello es importante establecer qué metas se lograrán en cada clase y resaltar las metas logradas de clases anteriores relacionadas con el tema. Para evitar volver la meta confusa y tediosa, señale el tema y las metas que hay que lograr para comprenderlo.

Para que las metas tengan un valor motivacional e influyan positivamente en la forma como los alumnos se perciben como aprendices de la matemática, deben reunir tres cualidades: ser **próximas, específicas** y tener un nivel de **desafío** retador pero alcanzable.



EJEMPLO

- Supongamos que los alumnos tienen que hacer 15 problemas de ecuaciones matemáticas en 20 minutos de la clase. A continuación se da un ejemplo de cómo se puede modificar una meta general en una **meta próxima**.

META GENERAL

Resolver las ecuaciones

META PRÓXIMA

Resolver 15 ecuaciones de matemáticas en veinte minutos, siguiendo los ejemplos ya vistos.

La primera meta es considerada general porque no indica cuántos ejercicios, en qué tiempo y de qué manera, cuestión que difícilmente orientará a los alumnos sobre cómo trabajar, qué esfuerzo invertir y cómo conseguir apoyos. La segunda si da esta información y orientará mejor a los alumnos.

- Supongamos que el tema de la clase es solución de ecuaciones. A continuación se da un ejemplo de cómo se puede transformar una meta general en una **específica**.

META GENERAL

Aprender a solucionar ecuaciones



META ESPECÍFICA

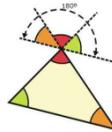
Entender el procedimiento para resolver ecuaciones de primer grado y practicarlo en un ejercicio para la clase y otro para la tarea en casa.

La primera meta es considerada general porque los alumnos no tendrán claro qué se espera que ellos hagan o aprendan en la clase y cómo lo logren, mientras que con la segunda meta sabrán que deben poner atención al procedimiento de solución de problemas y además resolverán dos ejercicios.

3. Cuando una actividad requiere de acciones repetitivas y ya aprendidas por parte de los alumnos, suele perder su nivel motivante, lo mismo sucede cuando una meta es tan desafiante que el alumno difícilmente podría lograrla. Por ello, a continuación se muestra un ejemplo de una **meta desafiante** pero con un nivel alcanzable para el estudiante que ya entiende la noción de ángulo y sabe usar las escuadras.

META ORDINARIA SIN DESAFIO

Dibujar con las escuadras los tres tipos de triángulos



META DESAFIANTE

Dibujar con las escuadras los tres tipos de triángulos y calcular sus ángulos.

En el ejemplo, la meta ordinaria supone actividades sencillas para los alumnos, en tanto que con la meta desafiante se les pide, además, recordar y poner en práctica temas anteriores. Pero si los alumnos no tuvieran el conocimiento necesario, la meta tendría un desafío exagerado que llevaría a los estudiantes a frustrarse ante el fracaso, lo que afectaría su percepción de sí mismos como aprendices.



ACTIVIDAD

A continuación piense en una clase que haya dado durante la semana, en las líneas de abajo escriba la meta que pudo haber escrito en el pizarrón y analice si es próxima, específica y desafiante.



EVALUACIÓN

	SI	NO
¿Mi meta puede cumplirse durante la clase?		
¿Mi meta está dirigida a una actividad concreta?		
La mayoría de los alumnos pueden alcanzar esta meta		

MAYORÍA DE SI: ¡FELICIDADES! Las metas que ponga cada clase ayudarán a sus alumnos a tener claro lo que espera de ellos.

INTERMEDIO: ¡PUEDE MEJORAR! Recuerde que para motivar a los alumnos, ellos deben tener claro hacia dónde dirige el aprendizaje.

MAYORÍA DE NO: Es necesario que siga practicando para poder apoyar a sus alumnos.

2. Adecuar el nivel de dificultad



SUGERENCIA 1:

Se recomienda que las explicaciones, los ejercicios o ejemplos del tema, tengan un nivel de dificultad adecuado para el grupo con el que se trabaja. Recuerde: una meta con un desafío exagerado que se vuelve frustrante y una meta con un bajo desafío es aburrida.

Seguramente como docente de secundaria, usted imparte clases a varios grupos. Es notorio que muchas veces el aprendizaje en algunos grupos es más rápido que en otros, como se muestra a continuación:

GRUPO A

Cuando se les da la explicación del tema, varios alumnos muestran cara de “no entendí” y al preguntarles si comprendieron o no, dudan al responder.

GRUPO B

En general, se muestran muy animados y resuelven ejercicios rápidamente. En caso de tener duda, se explican entre ellos.

Es importante hacer una adecuación a las explicaciones, ya que de esa forma la mayoría de los alumnos podrán comprender el tema. Debido a las características de cada grupo, el trabajo será diferente para ellos. Le proponemos adecuar las explicaciones empleando estrategias para que, incluso los alumnos que presentan dificultades, puedan comprender el tema.

Generalmente, dar una explicación más clara y detallada o incluir más ejemplos tiene como resultado un mejor aprendizaje.



SUGERENCIA 2:

Enseñe detallando paso a paso y con claridad las estrategias. Una estrategia es un conjunto de acciones organizadas que de forma eficaz y eficiente llevan a la realización de una tarea. Las estrategias son como los zapatos: si se ponen a fuerza molestan. Por esta razón es importantísimo que a los alumnos les quede claro cada paso de la estrategia, con el tiempo cada uno la adaptará y usará para ser más eficaz y eficiente.

Cuando los docentes identifican las estrategias que se emplean en la solución de un problema o en la realización de una ecuación y las enseñan a sus alumnos, ayudan a elevar su rendimiento académico, ya que con las estrategias se logra que el alumno construya su propio saber, tomando en cuenta sus experiencias previas y sus necesidades.

Se debe considerar que un aspecto clave al enseñar una estrategia es la planeación, porque cuando el profesor planea, visualiza e incluso practica la estrategia a enseñar, e identifica qué partes pueden ser complicadas y cómo puede hacerlas más fácilmente comprensibles. Así, guiará los esfuerzos de los alumnos para que logren un aprendizaje significativo.

Una propuesta de trabajo, al enseñar una estrategia para resolver problemas matemáticos, es la siguiente:



COMPRENDER

- Lea el problema y discuta con los alumnos: de qué trata, qué interrogante plantea. Señale los datos que son necesarios para solucionar el problema.
- Permita que por sí mismos encuentren la relación entre los datos y la incógnita; apóyelos a identificar el significado de cada dato numérico.
- Invite a los alumnos a que diseñen sus propios esquemas del problema (dibujos, representaciones) e identifiquen posibles soluciones. Así se facilita la comprensión.
- En caso necesario, introducir una notación para solucionar el problema.



EJECUTAR

- Ponga en práctica el procedimiento para solucionar el problema.
- Identifique diferentes formas de apoyo para que los alumnos comprendan el proceso de solución (Por ejemplo: puede ser con dibujos, artiméticamente o con ecuaciones).
- Puede utilizar materiales de apoyo. Por ejemplo: tarjetas que indiquen los pasos a seguir, tableros que permitan representar gráficamente las operaciones, etc.
- Realice las operaciones y procedimientos necesarios.
- Muestre la revisión del resultado de las ecuaciones u operaciones
- Invite a los alumnos a escribir con claridad el resultado



EXAMINAR

- Lean de nuevo el enunciado del problema y analicen si el resultado corresponde a la incógnita.
- Verifiquen que el resultado responda a la pregunta.
- Discuta con los alumnos las formas de comprobar la solución.
- Discuta con los alumnos otras formas posibles de solución.

Recuerde que las explicaciones deben ser claras y específicas. Acompañarlas con ejemplos desarrollados paso a paso, ayuda a favorecer el aprendizaje (Ver ejemplo en páginas siguientes).



EJEMPLO DE EXPLICACIÓN Analice el proceso de solución del siguiente problema y trate de imaginar qué puede ocurrir en la mente de los alumnos.

Problema: Un lado de un triángulo isósceles mide 3 cm menos que la suma de los otros dos lados iguales. El perímetro es de 33 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

POSIBLE EXPLICACIÓN SIN ESTRATEGIA

1. Un dato que tenemos es que el lado desigual (x) mide 3 cm menos que la suma de los lados iguales (y) ...

2. Si lo ponemos en forma de ecuación, quedaría....

Ecuación 1:
 $x=2y-3$

3. ... el otro dato es que el perímetro es de 33 cm y entonces la otra ecuación quedaría así...

Ecuación 2:
 $x+2y=33$

Si sustituimos la ecuación 1, en la ecuación 2, tenemos...

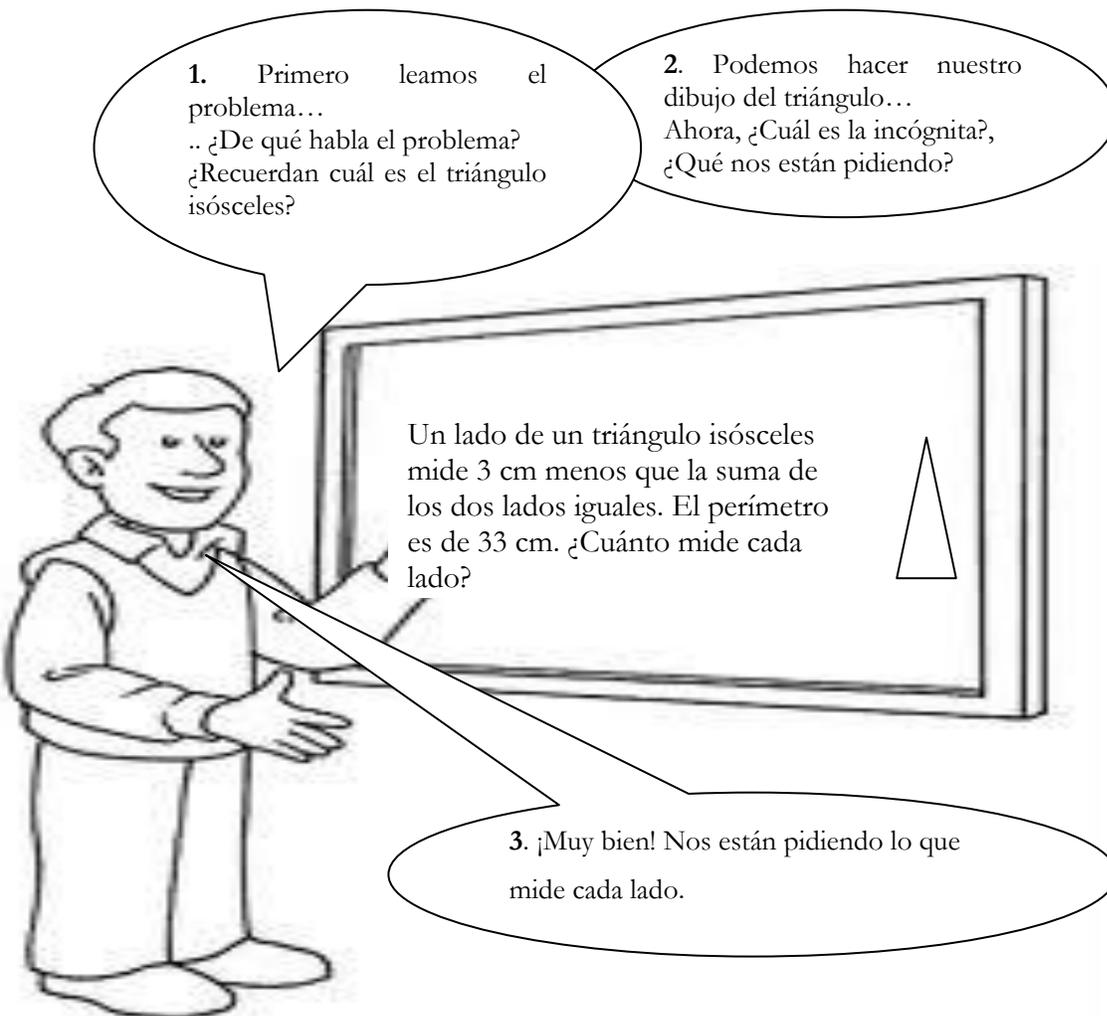
$(2y-3) + 2y=33$	$x= 2(9)-3$
$4y=36$	$x=18-3$
$y= 36/4$	<u>$x=15$</u>
<u>$y=9$</u>	

Ahora revise la solución del mismo problema, empleando la estrategia propuesta y trate de imaginar en qué facilita el aprendizaje de los alumnos.

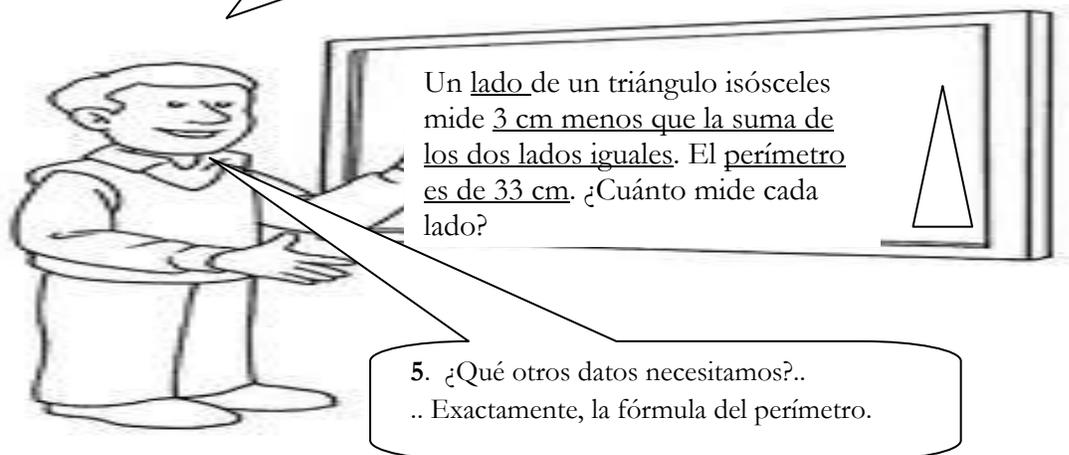
EXPLICACIÓN CON ESTRATEGIA

La estrategia se explicará retomando las tres etapas mencionadas en la figura expuesta en la página 16 de este cuadernillo.

Primera Parte: COMPRENSIÓN

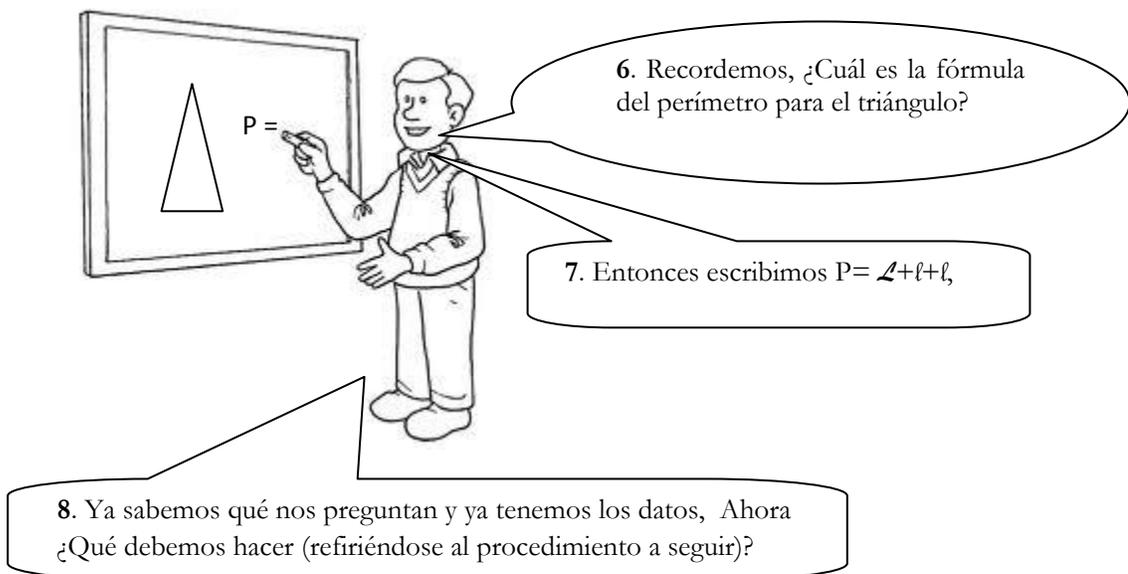


4. ¿Qué datos nos están dando? Pueden subrayarlos si es necesario.



Un lado de un triángulo isósceles mide 3 cm menos que la suma de los dos lados iguales. El perímetro es de 33 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

5. ¿Qué otros datos necesitamos?..
.. Exactamente, la fórmula del perímetro.



6. Recordemos, ¿Cuál es la fórmula del perímetro para el triángulo?

7. Entonces escribimos $P = l + l + l$,

8. Ya sabemos qué nos preguntan y ya tenemos los datos, Ahora ¿Qué debemos hacer (refiriéndose al procedimiento a seguir)?

NOTA: RECUERDE Y TOME EN CUENTA QUE EXISTEN DIFERENTES SOLUCIONES ANTE UN MISMO PROBLEMA.

Segunda parte: EJECUCIÓN

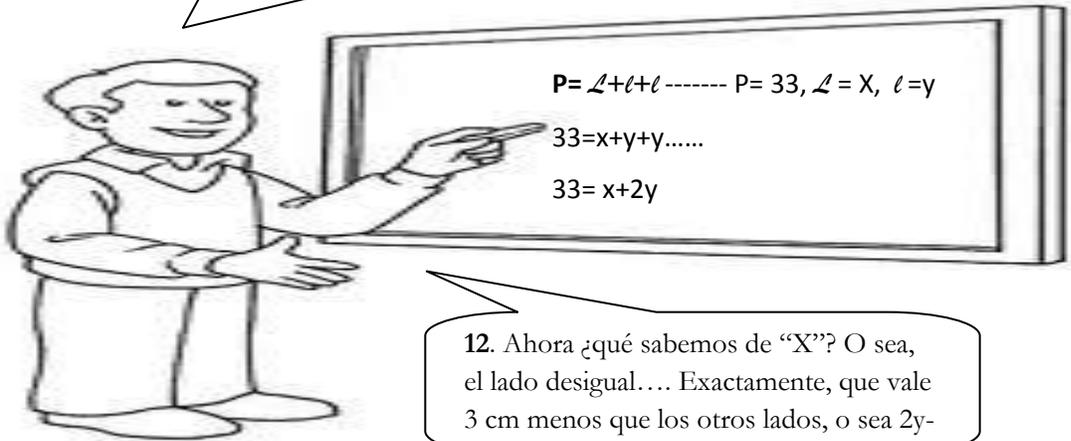
Una forma de resolverlo sería...

9. Podemos identificar a los lados iguales como "Y" y al desigual como "X"

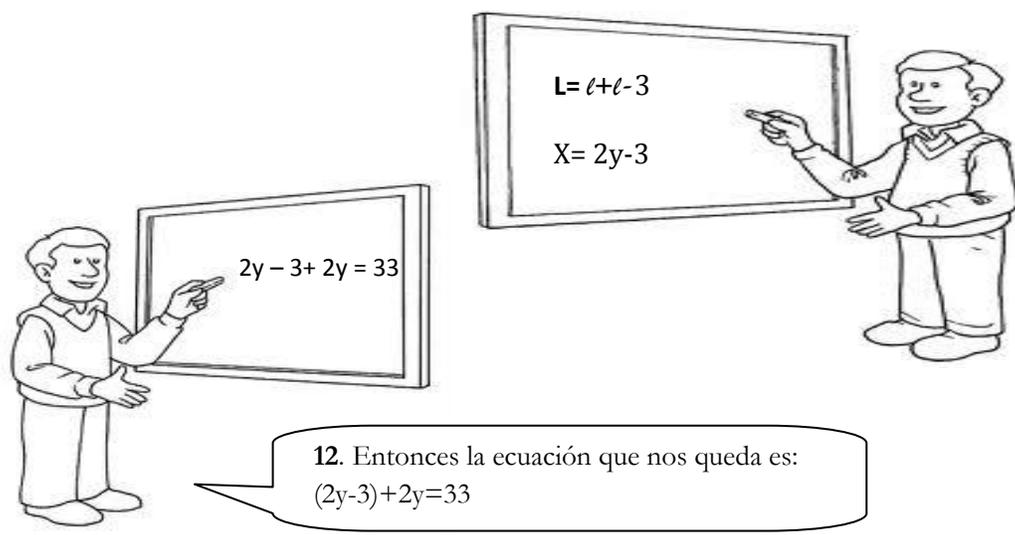


10. Si sustituimos el valor de "x" y "y" en la fórmula del perímetro tenemos...

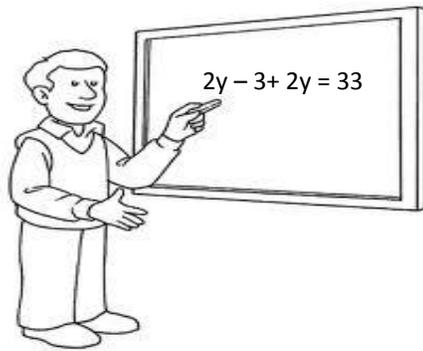
11. Cuánto es "y" + "y"..... Exacto 2y



12. Ahora ¿qué sabemos de "X"? O sea, el lado desigual... Exactamente, que vale 3 cm menos que los otros lados, o sea 2y-

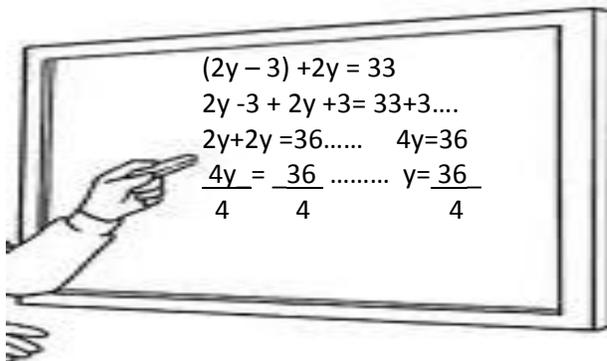


12. Entonces la ecuación que nos queda es:
 $(2y-3)+2y=33$



13. ¿Cómo se resuelven este tipo de ecuaciones?

14. Exactamente, debemos despejar la incógnita, es decir, dejar "y" de un lado.



15. Entonces sumamos 3 en ambos lados de la ecuación para mantener la igualdad.

De un lado: ¿cuánto es $-3 + 3$? Cero.

Del otro lado: ¿Cuánto es $33 + 3$? 36.

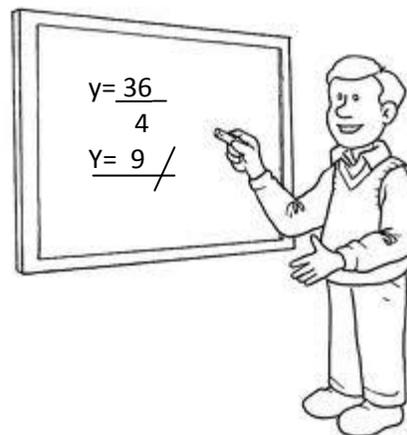
Así nos queda $2y + 2y = 36$, ¿Cuánto es $2y + 2y$? $4y$. Ahora si debemos dejar a la y solita. Entonces dividimos entre 4 en ambos lados de la ecuación y nos queda $y = 36/4$

16. ¿Cuánto es 36 entre 4?... 9.

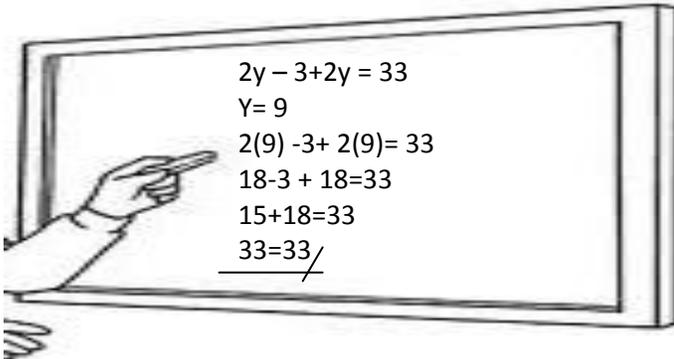
Entonces el resultado de la ecuación sería 9.

Pero aún no hemos terminado, recuerden dos cosas:

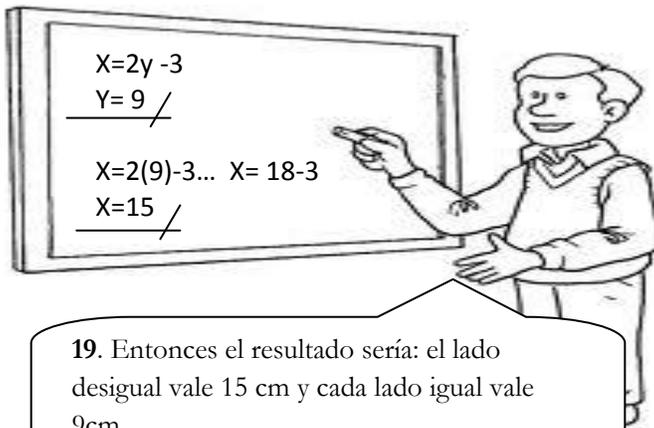
- ¿Cómo comprobamos la ecuación?
- ¿Qué nos está preguntando el problema?



Tercera parte: EXAMINAR / EVALUAR



17. Para comprobar la ecuación, debemos sustituir el resultado que nos dio: 9 en “y”.



18. Bien, ya sabemos que el resultado es correcto, pero el problema nos está preguntando cuánto mide cada lado. ¿Qué debemos hacer para saber cuánto mide cada lado? Sustituir el valor de y para saber cuánto vale X.

19. Entonces el resultado sería: el lado desigual vale 15 cm y cada lado igual vale 9cm.

Recuerde que al final puede preguntar o proponer otras formas de solución

Note que en el primer ejemplo, la explicación es muy general y algunos alumnos (menos avanzados) podrían perder la secuencia, para los alumnos aparecen y desaparecen números e incógnitas como por arte de magia. En contraste, en la segunda explicación se detalla paso a paso la estrategia de solución. Esto es de suma importancia ya que al resolver el problema los alumnos se dan cuenta del razonamiento y lo asocian con la escritura y solución de la ecuación.



ACTIVIDAD

A continuación piense en un tema y desarróllelo para graduar el nivel de dificultad y empleando una estrategia. Considere en su ejemplo un grupo que necesita explicaciones más específicas. Puede retomar la propuesta expuesta anteriormente.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their response. The bottom right corner of the box is folded over, showing a grey shadow.



EVALUACIÓN

	SI	NO
¿Mi tema tiene explicaciones claras?		
¿Mis explicaciones son específicas?		
¿Hice ejemplos del tema empleando una estrategia?		
¿Se pueden distinguir los pasos de LA ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN?		

MAYORÍA DE SI: ¡FELICIDADES! La adecuación de su explicación irá favoreciendo el aprendizaje del grupo.

INTERMEDIO: ¡Puede mejorar! Recuerde que para apoyar a los alumnos, ellos necesitan explicaciones claras, específicas y ejemplificadas.

MAYORÍA DE NO: Es necesario que siga practicando las adecuaciones a una estrategia, recuerde retomar los puntos mencionados en las propuestas.

3. Resaltar la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana y promover el interés.

La motivación de los estudiantes se puede estimular con tareas auténticas, es decir, que se vinculen con situaciones vividas a diario por los alumnos, lo que las hace relevantes; o situaciones novedosas que representen un reto atractivo y divertido. Siempre considerando en la elección, una dificultad óptima que permita minimizar la aparición de factores negativos como: baja autoestima o sentido de incompetencia (Lebrija, 2010).



SUGERENCIA:

Se recomienda que los ejercicios o ejemplos del tema, se relacionen con aspectos de la vida cotidiana, esto los hace más comprensibles para los alumnos, puesto que pueden comprender más fácilmente un significado matemático si lo asocian con una situación familiar.

La diferencia entre sólo aprender para pasar la materia y aprender para comprender muchas situaciones de la vida cotidiana, es el nivel de interés de los alumnos. Los estudiantes deben sentir desde el primer día que el curso no es un simple requisito, sino que les va a aportar mucho y les ayudará a comprender situaciones cotidianas o situaciones que despierten su interés.



EJEMPLO

A continuación se presentan dos situaciones para solucionar ecuaciones, analice las diferencias que hay entre ellas. Recuerde que los alumnos muestran más interés en algo, si se relaciona con su vida cotidiana.

Situación Orientada A La Solución De La Ecuación (Sin Un Referente Cotidiano)

Resuelve las siguientes ecuaciones:

- 1) $-2x - 5 = 8x + 3$
- 2) $2x + 3(x - 2) = x + 22$
- 3) $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$
- 4) $3x + 5 = \frac{5x}{2} + 4$
- 5) $4(y + 1) + 3y - 1 = 7y + 3$
- 6) $14 - 12x + 39x - 18x = 256 - 60x - 657x$
- 7) $8x - 15x - 30x - 51x = 53x + 31x - 172$

Situación Orientada A La Solución De Un Problema Con Una Ecuación (Utilizando Un Referente Cotidiano)

Resuelve el siguiente problema utilizando ecuaciones:

1. Imagina que en tu casa tienen un calentador de agua (boiler). El primero que sale a trabajar, ha usado la quinta parte, justo después otro utilizó la mitad de lo que había dejado el primero. Si a ti te quedan 36 litros de agua caliente para bañarte ¿Qué capacidad tiene el depósito?

OTRA IDEA



Además puede explicar y discutir con los estudiantes, en qué otras materias podrían aplicar el tema de matemáticas que están aprendiendo, o bien analicen para qué otros contenidos matemáticos les servirá aprender esto.



EJEMPLO

Explicación del despeje de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 -3X + 7 &= 11 \\
 -3X + 7 - 7 &= 11 - 7 \\
 -3X + 0 &= 4 \\
 -3X &= 4 \\
 \frac{-3X}{-3} &= \frac{4}{-3} \\
 1X &= \frac{4}{-3} \\
 X &= -\frac{4}{3}
 \end{aligned}$$



Al final de la explicación puede mencionar los usos del álgebra en Física, Química, etc.

“Esto lo usan cuando resuelven problemas de Física, por ejemplo: cuando en un problema les piden calcular la velocidad porque necesitarán hacer un despeje como el que les expliqué aquí”

Desde el siglo pasado los investigadores y educadores han insitado en la necesidad de aprender ecuaciones y algoritmos, como una herramienta que se debe adquirir en el contexto de la solución de problemas. Una clase que despierta el interés de los estudiantes, les propone organizar y analizar (en clase) la solución de problemas reales; también se pretendía ayudar a los alumnos a comprender cómo la Matemática interviene en nuestra vida diaria. Por ello los docentes verán su esfuerzo de enseñanza beneficiado, si plantean a sus alumnos experiencias de aprendizaje donde puedan desarrollar y comprender la interrelación de la Matemática con la vida cotidiana y conocer las relaciones entre ésta y otras disciplinas (Lebrija, 2010).



ACTIVIDAD

A continuación piense en un tema que haya dado durante la semana, en las líneas de abajo escriba cómo puede adecuarlo a situaciones cotidianas de los adolescentes.

Recuerde: Los estudiantes reconocen la utilidad de la matemática para situaciones muy cercanas, por ejemplo, situaciones de compra y venta, distribución de su tiempo o cálculo del presupuesto para una fiesta; existen contenidos que si no son debidamente contextualizados, no serán significativos para el estudiante y, por lo tanto, serán difícilmente aprendidos.



EVALUACIÓN

	SI	NO
¿Los ejercicios y ejemplos que planteo en clase, retoman situaciones cotidianas?		
¿Las explicaciones que doy en clase, van de acuerdo al contexto de mis alumnos?		
¿Cuándo explico un tema, lo relaciono con otras materias?		
¿Doy ejemplos matemáticos que hayan sucedido realmente?		

MAYORÍA DE SI: ¡SIÉNTASE ORGULLOSO! Aunque es difícil adecuar los contenidos a situaciones cotidianas, usted lo está logrando.

INTERMEDIO: ¡VA POR BUEN CAMINO! Le cuesta un poco de trabajo adecuar los contenidos al contexto de los alumnos, pero con práctica pronto podrá lograrlo al 100%.

MAYORÍA DE NO: PUEDE MEJORAR. Recuerde que es muy importante adecuar los contenidos a situaciones reales, siga practicando y poco a poco lo logrará.

4. Valorar los esfuerzos, por pequeños que parezcan

Las personas son curiosas por naturaleza y disfrutan aprender, pero los aspectos negativos como: inseguridad, preocupación por el fracaso y temor al ridículo, minimizan el entusiasmo (Lebrija, 2010).



SUGERENCIAS:

Valorar los avances de los alumnos, aunque parezcan muy pequeños.

Evitar evidenciarlos o ridiculizarlos frente a sus compañeros.



EJEMPLO

Usted puede considerar que participar es una obligación de los estudiantes, pero para algunos lograrlo puede ser un gran avance .

"GRACIAS por animarte a participar"

Otro gran logro para algunos estudiantes es realizar apuntes. Si lo considera necesario puede explicar la forma de realizar el apunte.

"Qué bueno que ya tienes tus apuntes, FELICIDADES"

Entregar tareas también es un gran logro. Además puede resaltar la importancia de realizar y entregar tareas.

¡Muy bien!
Ahora si trajiste tarea,
¡SIGUE ASÍ!



REFLEXIÓN Lea los siguientes casos y piense en las implicaciones que tiene cada acción del profesor.

C A S O 1 .

Felipe estaba en clase de matemáticas. Le entendía poco, pero le daba pena preguntar al maestro porque no le gustaba que sus compañeros se rieran de él. Un día el profesor le preguntó algo de la clase, él no supo contestar y el profesor le gritó: “Eso te pasa por no poner atención. Ves, siempre estás platicando, yo no sé a qué vienes a la escuela”. Desde ese día él evitó participar y poner atención en la clase, porque sus compañeros se burlaban de él.

C A S O 2 .

Daniel siempre evitaba participar porque creía que no sabía. Aunque el profesor les daba confianza de equivocarse, él sentía miedo a ser regañado; un día el profesor lo hizo participar y Daniel se equivocó. El profesor resaltó todo lo que había hecho bien y le explicó la parte en la que se había equivocado. Desde ese momento Daniel y sus compañeros sintieron más confianza para participar, porque sabían que el maestro no los regañaría frente a sus compañeros y que aprenderían algo de su participación.

En el caso 1, el profesor resalta los errores del alumno y lo pone en evidencia frente a todos sus compañeros. Con acciones como ésta, los alumnos evitarán a toda costa participar.

En el caso 2, el profesor promueve la confianza en el alumno, lo cual le ayuda a que siga participando y colaborando para mejorar su aprendizaje.

Recuerde: Si favorece un clima de confianza, los alumnos se sentirán más a gusto al compartir sus experiencias de aprendizaje, al participar y será más fácil que comuniquen sus dudas. Además cuando el profesor es efusivo, las probabilidades de éxito aumentan.



ACTIVIDAD En las siguientes líneas escriba ¿Qué acciones como docente, ayudan a favorecer un clima de confianza en el salón de clases?

A large rectangular box with a decorative, wavy bottom edge, containing 20 horizontal lines for writing.



EVALUACIÓN

	SI	NO
¿Cuándo mis alumnos participan, resalto sus logros?		
¿Después de que mis estudiantes participan, les doy palabras de aliento?		
¿Evito evidenciar los errores de mis alumnos frente a sus compañeros?		
¿Doy ejemplos de equivocaciones propias, para que los alumnos se den cuenta de que todos nos equivocamos?		

MAYORÍA DE SI: ¡EXCELENTE TRABAJO! Alienta a sus alumnos para que participen, resalta sus logros y esto fomenta un ambiente en el que se sienten seguros de aportar comentarios, dudas y sugerencias.

INTERMEDIO: ¡CUIDADO! Recuerde resaltar los logros de los alumnos para que sientan la confianza de participar en clase sin ser objeto de burlas o estar en la mira.

MAYORÍA DE NO: FOCO ROJO. Poner énfasis sólo en los errores provoca que los alumnos se muestren inseguros para expresar sus dudas o participar en clase, recuerde crear situaciones amigables en las que se sientan capaces de lograr resolver los ejercicios y compartir sus estrategias.

CAPÍTULO 2.

Colaborar para

aprender



"Se trata pues de aprender a colaborar y colaborar para aprender".

Gros

En una investigación realizada para conocer los sentimientos de los alumnos durante su estancia en la escuela secundaria, se encontró una diversidad de aspectos entre las cosas que les gustan, enojan y aburren. Vea la tabla 2, analícelos y piense en lo que podría hacer para maximizar la cosas que les gustan y minimizar el efecto de las que no les gustan.

Tabla 2. Aspectos de cada emoción

GUSTA	ENOJA	DESILUSIÓN	ABURRIMIENTO
Relacionarse con compañeros (platicar, reír, jugar, compartir).	Tener actividades/materias tediosas	Tener evaluaciones que no tienen resultados positivos.	Tener actividades/materias tediosas
Clase atractiva donde los estudiantes realizan actividades novedosas.	Que los regañen ya sea grupal o individualmente.	Cambios imprevistos en la programación de actividades	Explicaciones del profesor que no entienden o que son repetitivas
Tener maestros divertidos que se relacionan de forma afectiva con los estudiantes	Estar frente a la clase	Dinámica de clase que perciben cansadas por ser temas repetidos o con actividades como: leer, escribir o copiar.	Tener mucho trabajo y sentirse abrumados
Tener Éxito en clase (Buenas calificaciones, reconocimientos)	No ser tomado en cuenta	Tener errores, que no les sale, o que no entienden la actividad o el tema.	Tener evaluaciones que no tienen resultados positivos.
Que los maestros expliquen bien	Tener evaluaciones	No hacer lo que les agrada.	No hacer lo que les agrada.
Que reconozcan el esfuerzo hecho por el estudiante	Tener mucho trabajo	Que los regañen ya sea grupal o individualmente.	

A partir de la aplicación de un cuestionario sobre la visión de las matemáticas de alumnos mexicanos de secundaria, se encontró que perciben al profesor como alguien que se enfoca únicamente en los contenidos de la materia y retoma poco las necesidades y dificultades que tienen sus alumnos al aprender matemáticas. Esta situación promueve situaciones negativas como el aburrimiento, desencanto, tristeza o frustración y al final distanciamiento de las matemáticas.

En éste capítulo se darán sugerencias para incorporar estos aspectos en su labor diaria como docente, con el fin de favorecer una relación positiva profesor-alumno que ayude en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

CONTEXTUALIZACIÓN

Por favor responda el siguiente test:

¿Qué tan adecuado considera que un profesor de matemáticas?:

	A	B	C
	Adecuado	No estoy seguro	Nada Adecuado
Sea agradable con sus alumnos			
Entienda los problemas y dificultades que sus alumnos tienen con las matemáticas			
Escuche atentamente cuando los alumnos dicen algo (dudas, sugerencias, etc.)			
Se preocupe por cómo se sientan sus alumnos en clase (si entienden o no, si están aburridos, etc.)			

VERIFICANDO LAS RESPUESTAS

Mayoría de A: Usted es un profesor preocupado por interactuar positivamente con sus alumnos, se preocupa por las situaciones que favorezcan el aprendizaje.

Mayoría de B: Se preocupa por los contenidos pero en ocasiones también intenta centrarse en los alumnos, esto puede ayudar a sus alumnos. Recuerde que centrarse en las problemáticas que enfrentan los en la materia, será un gran apoyo para favorecer su aprendizaje en la materia.

Mayoría de C: Está muy centrado en los contenidos de la materia lo cual es positivo, pero recuerde que considerar pensamientos y sentimientos de sus alumnos también es importante porque ellos son, junto con usted, los actores principales en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

PROPUESTAS

Una de las tantas labores de los docentes es que los estudiantes sientan que colabora con ellos en las tareas de enseñanza. Estas tareas deben llevarse a cabo en un ambiente de cooperación. El hecho de que el ambiente de la clase se haga agradable no quiere decir que se baje el nivel de exigencia o el rigor académico, ni que se vaya a permitir el incumplimiento o la falta de respeto. El estudiante debe tener claros los límites y los docentes deben mantenerse firmes al respecto.

Muchas veces el docente se desempeñará guiado por la experiencia (o la rutina), pero habrán situaciones inusuales o diferentes que le exigirán una respuesta distinta, es decir, que le demandarán mostrar un pensamiento reflexivo y crítico que le permita tomar las mejores decisiones (Moreano, Asmad, Cruz, & Cuglievan, 2008). Siempre se debe estar atento al estado anímico del grupo para saber si hay que cambiar de ritmo o de actividad.

En éste apartado se integrarán aspectos que permitan al docente retomar en clase, las necesidades y dificultades que tienen los alumnos al aprender matemáticas.

1. Interesarse por los sentimientos de los alumnos

Cuando el docente se encuentra en situaciones en las que el interés de los estudiantes decae, es decir, cuando los estudiantes se muestran cansados, aburridos o indisciplinados después de haber transcurrido determinado tiempo, una alternativa es tratar de recuperar nuevamente el interés de sus estudiantes a través de alguna actividad dinámica, como por ejemplo contar chistes, narrar anécdotas, bailar, cantar, dinámicas de gimnasia cerebral, etc. Todo esto, a decir de los docentes, permite que el estudiante pueda relajarse o distraerse un poco para concentrarse mejor al momento de retomar las actividades.

Específicamente al solucionar problemas matemáticos, los estudiantes pueden pasar por episodios de preocupación, frustración, pánico y enojo. Por esto, es importante que como docente, favorezca situaciones que promuevan sentimientos positivos tanto para usted como para los alumnos. A partir de una revisión de diferentes fuentes bibliográficas, se le pueden sugerir las siguientes recomendaciones para lograr el objetivo:

- Expresar verbalmente situaciones que ejemplifiquen aspectos emocionales positivos y/o negativos, por ejemplo: *“recuerdo que cuando resolvía ecuaciones me ponía nervioso”*
- Ser cuidadoso en las expresiones no verbales: gestos, lenguaje corporal. Por ejemplo, si quiere animar a un chico a participar y tiene gesto de desaprobación, puede confundir al alumno.
- Modular la entonación y tono de voz, ya que muchas veces pueden ser intimidantes sin que nos demos cuenta.
- Evitar sarcasmos, por ejemplo: cuando un estudiante resuelve mal un problema y el profesor dice: “¡Qué raro, te falló!”



SUGERENCIA:

Una forma de identificar los sentimientos de los alumnos es emplear una encuesta en donde los alumnos tachen el emoticón con el que se hayan identificado al realizar una tarea específica o durante toda la clase.



EJEMPLO:

A continuación se muestra una hoja que puede utilizar.

RECUERDA QUE LA ENCUESTA ES TOTALMENTE ANONIMA

ACTIVIDAD / CLASE: _____

INSTRUCCIONES: TACHA EL EMOTICON CON EL QUE MÁS TE IDENTIFICASTE AL REALIZAR LA ACTIVIDAD



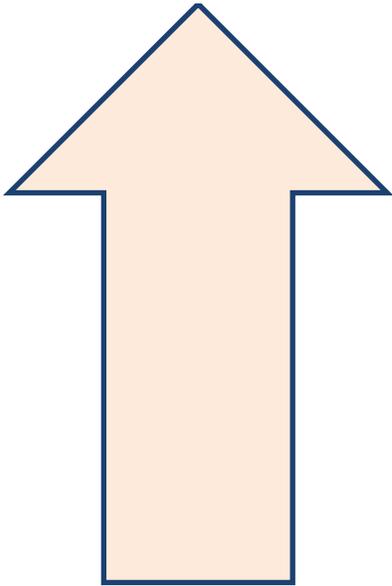
OTRA SUGERENCIA:

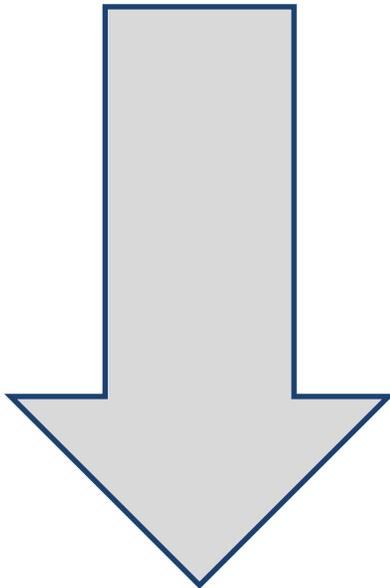
Mediante su experiencia es posible detectar cuando los alumnos están aburridos o interesados en la clase. Pero también puede identificar los factores que favorecen o no una dinámica educativa.



ACTIVIDAD

En la flecha dirigida hacia arriba escriba los aspectos que han permitido que su clase sea dinámica y se logre la participación de la mayoría de los estudiantes; en la flecha dirigida hacia abajo escriba los elementos que no han beneficiado una clase.





Recuerde que las situaciones novedosas promueven un aprendizaje significativo y favorecen la dinámica de la clase.



ACTIVIDAD

Ahora piense en 3 aspectos que comúnmente están presentes cuando los alumnos se manifiestan aburridos en clase y en 3 formas de hacer más atractiva la dinámica en el salón. Escríbalos en el siguiente espacio

Aspectos aburridos

Aspectos atractivos



EVALUACIÓN

	SI	NO
¿Generalmente mis alumnos se muestran atentos?		
¿Cuándo mis alumnos se muestran aburridos cambio la dinámica de la clase?		
¿Incorporo situaciones novedosas a las secuencias didácticas semanales?		
¿Me preocupo por hacer una clase amena?		
¿Cuido mis expresiones no verbales?		
¿Modulo mi voz al interactuar con los alumnos?		
¿Evito ser sarcástico con mis alumnos?		

MAYORÍA DE SI: ¡SU ESFUERZO DA RECOMPENSAS! Aunque es difícil mantener la atención de los alumnos, usted lo está logrando y sus estudiantes disfrutan de sus clases.

INTERMEDIO: ¡POCO A POQUITO! Lo está intentando y aunque le cuesta un poco de trabajo mantener el interés de los alumnos, podrá lograrlo con práctica e incorporando nuevos elementos creativos a sus explicaciones en el salón de clases.

MAYORÍA DE NO: PUEDE MEJORAR. Recuerde que es muy importante presentar situaciones novedosas y atractivas a los estudiantes, para tener durante más tiempo su atención en clase.

2. Aceptar dudas y sugerencias

Muchos docentes tienen la idea de que el alumno logrará un aprendizaje sólo si los estudiantes copian lo que ellos explican en el pizarrón, hacen las tareas y estudian en casa; pero en realidad los alumnos aprenderán si las situaciones son significativas para ellos. Muchas veces las mismas sugerencias de los alumnos pueden contener situaciones que favorezcan su aprendizaje.



SUGERENCIA 1:

Dedicar un tiempo al final de la clase, la semana o el mes, para que pueda escuchar sugerencias e intercambiar opiniones.

A veces se considera que el escuchar las sugerencias y opiniones de los estudiantes conlleva el riesgo de volverse una situación de reclamos y alegatos. Es difícil que esto ocurra si usted es sincero y les demuestra que su opinión es importante.



SUGERENCIA 2:

Tener un buzón de sugerencias o una votación en donde los alumnos den a conocer sus intereses, gustos y sugerencias de la materia.

Aquí le presentamos tres formas de conocer las sugerencias de los alumnos.



EJEMPLO

REALIZAR BUZÓN	VOTACIONES	VOCAL DEL GRUPO
Cada viernes o cada fin de mes pedir que los alumnos traigan por escrito una sugerencia para el próximo tema. Resaltar que sean sugerencias reales y que puedan cumplirse como: trabajar en equipo, ver un video relacionado con el tema, etc.	Como docente proponer al menos 3 situaciones novedosas relacionadas con el tema próximo a enseñar. Realizar una votación unos días antes para elegir una de ellas o el orden en que se trabajarán.	Elegir a un vocal del grupo que acuerde con sus compañeros tres propuestas para la dinámica de clase, de las cuales el profesor adoptará al menos 1.



ACTIVIDAD

En la siguiente tabla escriba los pros y contras de las tres formas de acceder a las sugerencias que le presentamos, también proponga alguna.

	BUZÓN	VOTACIONES	VOCAL	OTRA (Opcional) ¿Cuál? _____
PROS				
CONTRAS				



EVALUACIÓN

	SI	NO
¿Generalmente mis alumnos se muestran atentos e interesados en el contenido de la clase?		
¿Cuándo mis alumnos se muestran aburridos cambio la dinámica de la clase?		
¿Incorporo situaciones novedosas a las secuencias didácticas semanales?		
¿Me preocupo por hacer una clase amena?		

MAYORÍA DE SI: ¡SU ESFUERZO DA RECOMPENSAS! Aunque es difícil mantener la atención de los alumnos, usted lo está logrando y sus estudiantes disfrutan de sus clases.

INTERMEDIO: ¡POCO A POQUITO! Lo está intentando y aunque le cuesta un poco de trabajo mantener el interés de los alumnos podrá lograrlo con práctica e incorporando nuevos elementos creativos a sus explicaciones en el salón de clases.

MAYORÍA DE NO: PUEDE MEJORAR. Recuerde que es muy importante presentar situaciones novedosas y atractivas a los estudiantes para tener durante más tiempo su atención en clase.

CAPÍTULO 3.

Aprender con sentido



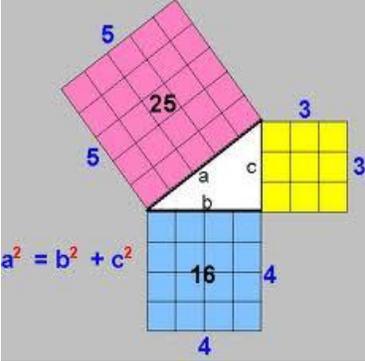
*“Me lo contaron y lo olvidé
lo ví y lo entendí,
lo hice y lo aprendí”.*
Confucio

El nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas (con que se sustenta en el constructivismo y las teorías cognitivas del aprendizaje) sostiene que el aprendizaje no se transmite, sino se construye; es decir que un estudiante dará sentido a lo nuevo que aprende en matemáticas, a partir de lo que ya conoce y puede entender, en este sentido cada aprendiz es diferente y al aprender pone en juego diferentes recursos que el profesor puede aprovechar para favorecer su participación interesada y constante, lograr esto es fundamental.

El estudiante se convierte en el principal protagonista de su propio aprendizaje, y el docente en un facilitador de aprendizajes, por lo tanto su rol como diseñador de experiencias de aprendizaje significativo es central. El aprendizaje significativo presupone tres condiciones para que se produzca:

- 1.** Los nuevos materiales o información a aprender deben ser potencialmente significativos, para poder ser relacionados con las ideas sobre la temática que ha construido el alumno.
- 2.** El alumno debe poseer un conocimiento previo que directamente pueda relacionarse con los nuevos conocimientos.
- 3.** El alumno debe mostrarse dispuesto a aprender, sin temor a fracasar o a participar en clase.

Tres componentes básicos de una situación de aprendizaje para favorecer la construcción de conocimientos son las situaciones problema, las representaciones (gráficas o simbólicas) y los conceptos y principios matemáticos (Vergnaud, 1990).

REPRESENTACIONES	CONCEPTOS Y PRINCIPIOS
 <p>Son las formas de simbolizar las situaciones o problemas matemáticos, así como diferentes conceptos. Un alumno que comprende la simbología, puede manipularla para relacionar los conceptos y para emplear y comprender el propósito que persiguen las diferentes reglas e inferencias matemáticas</p>	<p>Son los significados matemáticos necesarios para entender las situaciones matemáticas. El conocimiento de un alumno sobre un concepto es más poderoso en la medida que lo pueda relacionar con otros conceptos y diferentes formas de simbolización en distintas situaciones o problemas matemáticos.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> $a^2 = b^2 + c^2$ <p>La suma del cuadrado de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.</p> </div>

En éste capítulo analizan aspectos relacionados con la dinámica de clase que favorezcan un aprendizaje significativo.

CONTEXTUALIZACIÓN

Por favor responda el siguiente test:

¿Qué tan adecuado considera que es, que un profesor de matemáticas?:

	A	B	C
	Adecuado	No estoy seguro	Nada Adecuado
Muestre paso a paso cómo resolver un ejercicio, antes de poner más ejercicios.			
Ponga a sus alumnos a trabajar en equipo.			
De tiempo para explorar nuevos problemas y probar diferentes formas de solucionarlos.			

VERIFICANDO LAS RESPUESTAS:

Mayoría de A: ¡FELICIDADES! En sus dinámicas de clase promueve el aprendizaje significativo, lo que apoya mucho a los alumnos, sobre todo a los que presentan dificultades.

Mayoría de B: POCO A POCO logrará que sus clases promuevan el aprendizaje significativo.

Mayoría de C: Recuerde que diseñar propuestas de aprendizaje significativo favorece los procesos de enseñanza aprendizaje

PROPUESTAS

Uno de los objetivos fundamentales de los cursos de matemáticas es lograr que el estudiante aprenda a aprender, que luche con el texto y no ceje hasta entender lo que dice y que haga los problemas que se le asignan comprendiéndolos. También es importante inculcar a los estudiantes el hábito de autoevaluarse y de consultar al profesor para resolver sus dudas.

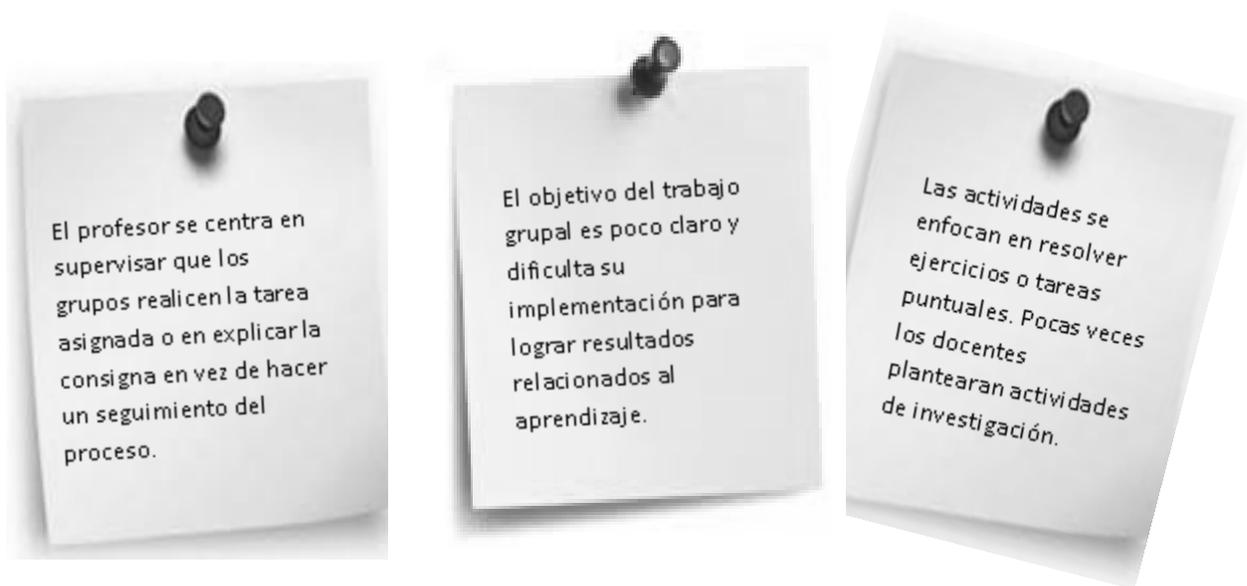
Hay que generar espacios para que los estudiantes se conozcan y trabajen juntos en clase, además de hacer lo posible por integrar a los tímidos. El grupo puede brindar oportunidades para la integración. Hay que aprender a aprovechar a aquel estudiante del grupo al que le guste hacer bromas para mejorar los ánimos. A veces, una experiencia personal o una anécdota, pueden ayudar a generar un ambiente de colaboración en la clase.

1. Promover el trabajo en equipo

El aprendizaje cooperativo, cuya base principal es la colaboración entre los alumnos, ofrece un contexto de enseñanza que permite a los estudiantes: discutir, establecer acuerdos al solucionar problemas matemáticos, expresar puntos de vista y experimentar soluciones, además provee a los alumnos una mayor oportunidad para desarrollar su conocimiento.

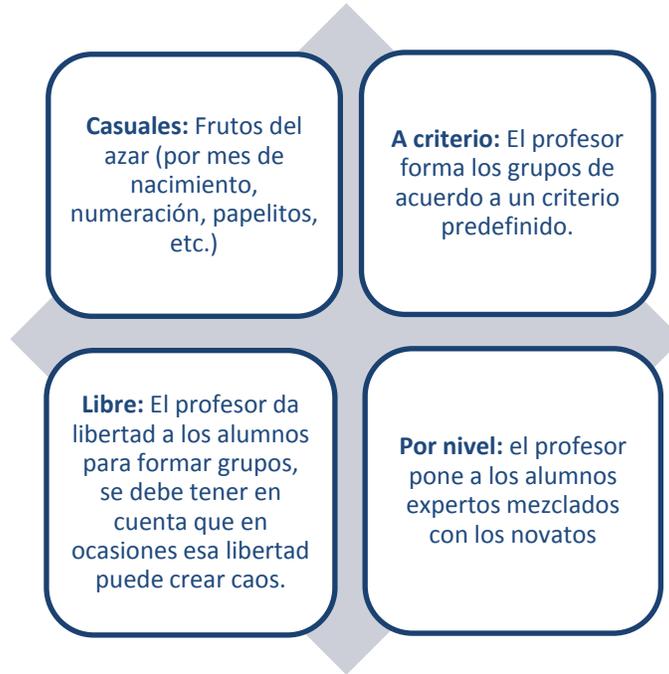
En matemáticas, el aprendizaje cooperativo permite adquirir nuevos conocimientos. Esto se debe a que la interacción entre los alumnos facilita que los conocimientos individuales se vuelvan públicos y puedan ser reformulados, lo que culmina en la construcción compartida del significado de conceptos, principios y representaciones matemáticas.

El trabajo grupal puede ser una herramienta metodológica que promueva la motivación por aprender, pues logra comprometer al estudiante con su propio proceso de aprendizaje. Además, un trabajo en grupo bien orientado y monitoreado podría ser un escenario propicio para ejecutar tareas de mayor demanda cognitiva, pues permite realizar actividades como discutir, hacer hipótesis, argumentar, evaluar, sintetizar, organizar, reflexionar y resolver problemas (Moreano, Asmad, Cruz, & Cuglievan, 2008), pero a pesar de ser un aliado en clase, el trabajo grupal también denota la existencia de algunas dificultades para la implementación de trabajos grupales como las señaladas a continuación:



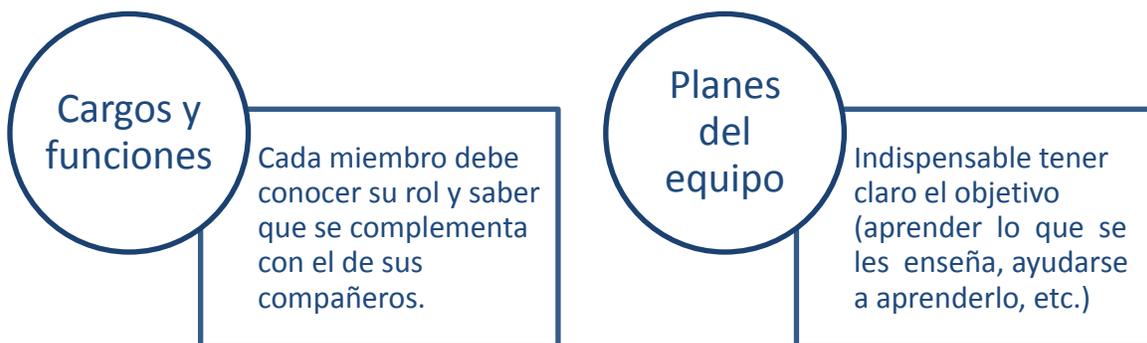
Retomando lo anterior, se proponen una serie de puntos clave que el profesor debe tomar en cuenta para perfeccionar el trabajo en equipo dentro de sus situaciones de enseñanza – aprendizaje en el salón de clases.

- ✓ La **formación de grupos** debe ser organizada por el profesor; existen diferentes formas de agrupamientos:



Se recomienda integrar equipos con participantes con distinto **nivel** académico, es decir, formar grupos heterogéneos; para fomentar mejores oportunidades de aprendizaje entre unos y otros.

- ✓ La **organización interna** de los equipos es un elemento crucial, ya que para la realización de las tareas, los alumnos deben tener claras las funciones y el objetivo a lograr. En la organización por equipos se debe tener en cuenta:



- ✓ En todo momento es imprescindible que el **profesor realice revisiones periódicas** y **evaluaciones** del funcionamiento del grupo

La evaluación es un elemento importante, ya que le permite tener evidencias de los avances que han tenido sus alumnos.

Actualmente, con el cambio en las formas de evaluación y registro de las mismas, se ha comenzado a incluir, además de la evaluación cuantitativa, la evaluación cualitativa. Al respecto, la SEP en su material de actualización docente (Rosales, 2001) hace diferentes propuestas alternativas como:

Tabla 3. Instrumento Cualitativo de Evaluación

PUNTOS	TRABAJO MOSTRADO POR LOS ESTUDIANTES
0 a 1	Nada de trabajo o ideas sin relación
2 a 3	Identifica los datos pero sin procedimiento alguno
4 a 5	Usa los datos pero la estrategia no es clara
6 a 7	Introduce un plan apropiado, pero éste es incompleto o pobremente aplicado
8 a 9	Existe un plan claro y apropiado, pero hay un error en los cálculos o la respuesta es incompleta
10	Solución completa y correcta

Específicamente, para evaluar la solución de problemas, la SEP propone los siguientes indicadores que le permitirán tener evidencia de los aspectos en que los alumnos necesitan apoyo o dominan bastante bien (Ver tabla 4).

Tabla 4. Indicadores para evaluar la solución de problemas

Solución	Desarrollo	Estrategias Usadas
correcta	completo	operaciones numéricas
incorrecta	incompleto	uso del álgebra
indeterminada	no requerido	lista sistemática
en blanco	sin unidades	lista sistemática, una tabla, o un diagrama
	sin contexto	ensayo y error
	sin desarrollo	búsqueda de patrones

Recuerde que existen diferentes formas para verificar el avance de los alumnos, piense en cuál es la mejor opción para usted de acuerdo con las características de sus grupos.

Hablando de grupos, el trabajo en equipo es un aspecto fundamental en el aprendizaje cooperativo, ya que los alumnos pueden apoyarse y explicarse unos a otros, es decir, colaborar en el aprendizaje propio y en el de su compañero.



SUGERENCIA

Hay diferentes formas de incentivar el trabajo en equipo y el espíritu de competencia. Aquí se propone la estrategia ETJ (equipos, torneos de juegos) que sirve tanto para aprendizaje como para evaluación.

ESTRATEGIA ETJ

- 1 La estrategia consiste en formar equipos base heterogéneos (diferente nivel de rendimiento), el profesor les indica que su objetivo es asegurarse que todos los miembros del equipo se aprendan el material asignado.
- 2 Una vez aprendido el material, comienza el torneo. Se forman nuevos grupos que incluyan a compañeros de equipos diferentes que tengan rendimientos similares (expertos, intermedios y novatos). El profesor entrega un juego de fichas con las preguntas sobre los contenidos estudiados hasta el momento o con problemas matemáticos a solucionar.
- 3 Los alumnos toman una ficha del montón (que está boca abajo), leen la pregunta y la responden. Si la respuesta es correcta, se quedan la ficha. Si es incorrecta, devuelven la ficha debajo del montón.
- 4 El juego finaliza cuando se acaban todas las fichas. El alumno que tenga más fichas gana la partida y obtiene 6 puntos para su equipo; el que queda segundo, obtiene 5 puntos; y el que queda tercero, 4 puntos y así sucesivamente.
- 5 Los puntos que ha ganado cada integrante se suman a los que han obtenido sus compañeros de equipo de base que formaban parte de otros equipos. El equipo que ha obtenido más puntos es el ganador (Pueden obtener beneficios o participaciones por ganar).



ACTIVIDAD

Ponga en práctica la estrategia ETJ o alguna de su preferencia, que anime a los alumnos a trabajar en equipo.

Recuerde retomar los puntos explicados arriba e intente incluir las temáticas de los dos apartados anteriores. Utilice el siguiente espacio para planear su estrategia.

A large, empty rounded rectangular box with a thin black border, intended for the student to plan their strategy.



EVALUACIÓN

Al realizar una dinámica de trabajo en equipo

	SI	NO
Utilizo un método ordenado para formar equipos		
Explico el objetivo de la dinámica		
Asigno roles a cada grupo y/o integrante		
Realizo supervisiones periódicas para verificar el avance de los grupos		
Realizo evaluaciones del desempeño de los equipos		

MAYORÍA DE SI: ¡SU ESFUERZO DA RECOMPENSAS! Tiene un excelente manejo del trabajo en equipo y seguramente eso se refleja en el aprendizaje y actitud de sus estudiantes.

INTERMEDIO: ¡VA POR BUEN CAMINO! Cada logro representa un gran esfuerzo, si sigue perfeccionando su dinámica de trabajo, pronto será un experto en éste tipo de dinámicas.

MAYORÍA DE NO: PUEDE HACERLO MEJOR. Recuerde que el trabajo cooperativo facilita el aprendizaje significativo de los alumnos.

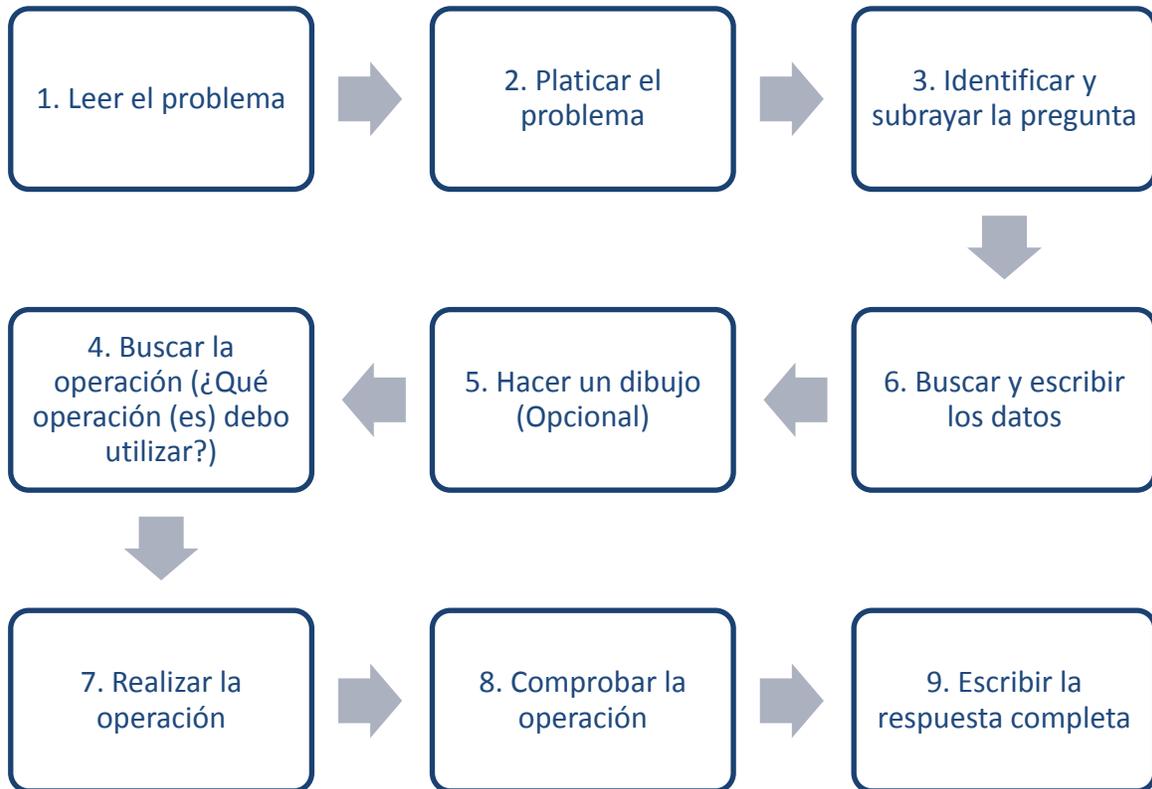
2. Explicar la estrategia de solución paso a paso

Seguramente a lo largo de su trayectoria como docente, se ha percatado de que algunos alumnos tienen expectativas de su aprendizaje muy elevadas o extremadamente bajas y como consecuencia experimentan frustración, miedo o sentimientos de fracaso.

Esto se debe a que las emociones y la motivación están muy unidas, de manera que la ilusión y el interés por algo suscitan la motivación. A nivel educativo es importante no sólo trabajar conocimientos científicos sino también enseñar cómo afrontar la adversidad, luchar por aquello que se desea o persistir ante las dificultades (Fernández, Palomero, & Teruel, 2009).

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mediante la solución de problemas ayudan, por un lado, a los alumnos a comprender los problemas explorando diferentes formas de solución y, por el otro, a los maestros a analizar y elegir problemas adecuados al nivel de conocimiento de los estudiantes (Parra & Flores, 2008). Es importante resaltar que adecuar los problemas al nivel de los estudiantes les ayuda a tener confianza en sí mismos y automotivarse.

Una estrategia enfocada en la solución de problemas, presenta al alumno una serie de instrucciones que le facilitan la comprensión y solución del problema. Dicha estrategia incluye los siguientes pasos:



ACTIVIDAD

Desarrolle el siguiente problema utilizando la estrategia expuesta. Mientras lo desarrolla, piense cómo podría explicar cada paso a sus alumnos, y escríbalo en los espacios correspondientes de la página siguiente.

El fin de semana, Pedro y María visitaron una granja que produce gallinas y cerdos. Pedro contó un total de 19 cabezas, mientras que María dijo que había 60 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos cerdos había en esa granja que visitaron?

Escribir los datos

Hacer un dibujo

Realizar la operación

Comprobar la operación

Escribir la respuesta completa



EVALUACIÓN

Ponga una marca en la opción que más se acerque a lo que propuso para explicar a sus alumnos.

INDICACIÓN	ACCIONES PROPUESTAS PARA EL PROFESOR	A) Muy Parecido	B) Poco Parecido	C) Nada Parecido
1. Leer el problema	Se pide que lean el problema en voz alta. Además el profesor leerá el problema en voz alta.			
2. Platicar el problema	Preguntar: ¿De qué trata este problema? O Platíquenme este problema con sus propias palabras.			
3. Identificar y subrayar la pregunta	Preguntar: ¿qué les están preguntando? o ¿qué tienen que hacer? o ¿qué les piden en el problema?			
4. Buscar y escribir los datos	Preguntar: ¿Qué datos les están dando? ¿Cuáles les faltan?			
5. Hacer un dibujo (Opcional)	Preguntar: ¿Pueden hacer un dibujo del problema? ¿Cuál? O ¿Cómo?			
6. Buscar la operación (¿Qué operación (es) debo utilizar?)	Preguntar: ¿Qué operación les sirve para resolver el problema? ¿Por qué una(+, -, *, /...)? ¿Cómo supieron que era una (+, -, *, /...)?			
7. Realizar la operación	Calificar en el cuaderno			
8. Comprobar la operación	Calificar en el cuaderno			
9. Escribir la respuesta completa	Pedir que escriban el resultado completo en el cuaderno, recordar incluir las unidades (perros, gatos, cm, pesos, etc.)			

MAYORÍA DE “A”: Domina la estrategia, sígala aplicando en el salón y facilitará el aprendizaje de sus alumnos.

MAYORÍA DE “B”: Aunque conoce la estrategia, aún puede mejorar algunos detalles.

MAYORÍA DE “C”: Puede mejorar bastante, mientras más practique los puntos señalados arriba, mejor será su desempeño de la estrategia.

3. Acercamiento a diferentes soluciones

La tendencia a concebir la matemática como un conjunto de procedimientos y que la matemática se aprende con la práctica constante está muy extendida. Bajo esta óptica, una vez aprendido el procedimiento, la única forma (o la mejor forma) de consolidar el aprendizaje es resolviendo una serie de ejercicios. Analicemos qué tanto estas afirmaciones tienen un sustento.

La evidencia derivada de la investigación muestra que con este tipo de enseñanza los estudiantes no podrán desarrollar sus capacidades matemáticas ni capacidades como el análisis, el razonamiento, la argumentación, la toma de decisiones, etc., sino que solo harán uso de la memorización o repetición para dominar determinados procedimientos. Por ejemplo, con frecuencia los maestros se encuentran que los alumnos saben cómo hacer una operación o ecuación pero no logran identificar cuando es pertinente usarlas. Esto se debe a que los alumnos asumen que entender las matemáticas es: sólo memorizar procedimientos, aparecer y desaparecer números como “por arte de magia”, cambiar signos “porque sí”, etc.; ellos no alcanzan a comprender la razón de ser para cada procedimiento y al memorizar evitan analizar cómo resuelven un problema o situación matemática.

Alguna vez un alumno solucionaba una multiplicación de ecuaciones, él pasaba la punta del lápiz sobre las incógnitas “X” y ponía X^2 , al preguntarle por qué hacía eso y por qué daba ese resultado, él sólo pudo responder: “No sé, es que así le hace mi maestro”. Este ejemplo, muestra como al memorizar sin comprender, los estudiantes pierden la oportunidad de analizar, razonar y decidir al aprender matemáticas.

La propuesta realizada aquí, es permitir al alumno conocer las diferentes soluciones que puede tener el mismo problema, esto abrirá su panorama y le permitirá decidir el procedimiento que, en ese momento, mejor le convenga. Además podrá analizar las diferentes soluciones (tanto aritméticas como algebraicas) y en determinado momento, podrá argumentar sus respuestas una vez que tenga claro el procedimiento que usó.

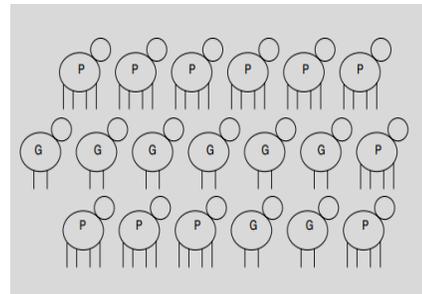


EJEMPLO

Retomando el problema de la propuesta anterior, a continuación se muestran diferentes formas de solucionarlo.

El fin de semana, Pedro y María visitaron una granja que produce gallinas y cerdos. Pedro contó un total de 19 cabezas, mientras que María dijo que había 60 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos cerdos había en esa granja que visitaron?

Método Pictórico: incluye el uso de figuras, dibujos o diagramas como medio para representar el problema. Dibujar 19 cabezas como referencia para poner o quitar patas.



Método de ensayo y error o por tanteo puede incluir varias direcciones:

- Fijar un número determinado de cerdos o gallinas y se intercambian de acuerdo con el número de patas.
- Usar el conteo iniciando con cualquier número de gallinas y cerdos. Por ejemplo, 10 gallinas y 9 cerdos. Contando el total de patas se tiene que $20 + 36 = 56$; se nota que faltan cuatro patas, entonces la siguiente selección y así hasta llegar a la solución deseada.

Construcción de una tabla: ayuda al estudiante a seleccionar los números sistemáticamente. Por ejemplo, iniciando con los casos extremos (sólo gallinas o cerdos), y tomando en cuenta la información, se puede generar una tabla como la siguiente:

Gallinas	Cerdos	Patatas
19	0	36
10	9	46
8	11	60

Método semialgebraico: el estudiante puede utilizar $g = \#$ de gallinas y $c = \#$ de cerdos; de aquí puede escribir algo como $g + c = 19$ o $g = 19 - c$. Tomando esto como base, el estudiante puede explorar las posibles combinaciones que puedan satisfacer la expresión en consideración del número de patas.

c	$g = 19 - c$	$2(c) + 4(g)$	Patatas
4	$19 - 4 = 15$	$2(4) + 4(15) =$	68
6	$19 - 6 = 13$	$2(6) + 4(13) =$	62
8	$19 - 8 = 11$	$2(8) + 4(11) =$	60

Método algebraico: una forma puede ser una representación algebraica donde se incluya solamente una variable. Por ejemplo:

$X =$ Gallinas; $(19 - x) =$ cerdos.

Esto lleva a que $2x + 4(19 - x) = 60$

$2x + 76 - 4x = 60$ de donde $x = 8$.

Otra opción es formar un sistema de ecuaciones con dos incógnitas que se puede resolver utilizando los procedimientos rutinarios (Sustitución, igualación, etc.)

$X =$ número de gallinas

Número de cabezas $x + y = 19$

$Y =$ número de cerdos

Número de patas $2x + 4y = 60$

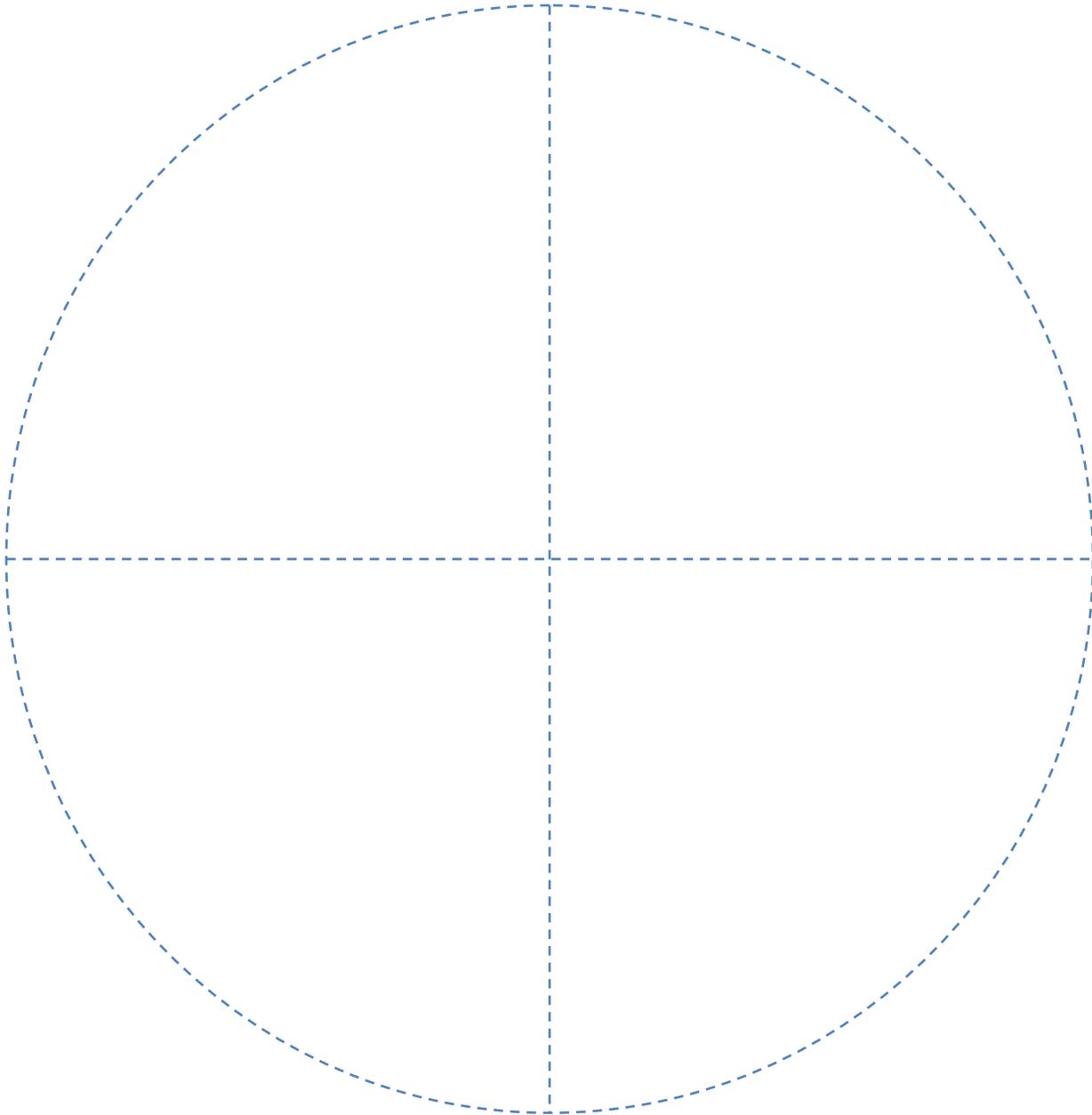
Realizando las operaciones correspondientes se obtiene: $y = 11$; $x = 8$.



ACTIVIDAD

Encuentre 4 diferentes formas de solucionar el siguiente problema y escríbalas en cada parte del círculo:

Mi tía tiene dos alcancías, una es blanca y la otra rosa. Siempre mete \$20 en la blanca y \$55 en la rosa. Si en la blanca tiene \$300, ¿cuántas tiene en la rosa?



Ahora puede formar equipos en el salón, dar un problema y dar a cada equipo una forma diferente de solucionarlo. Al final cada uno explicará su solución.



EVALUACIÓN

Piense en los beneficios y las dificultades de permitir a los alumnos resolver problemas de diferentes formas:

Beneficios	Dificultades

MAYORES BENEFICIOS: Las creencias que tiene respecto a la solución de problemas, favorecerán diversas capacidades matemáticas de sus estudiantes y los invitarán a descubrir nuevas y mejores formas de soluciones matemáticas, que culminarán en un aprendizaje significativo.

MAYORES DIFICULTADES: Recuerde que las diversas formas para solucionar un problema resulta ser bastante exitoso además de favorecer el aprendizaje a distintos niveles, sobre todo, cuando se tiene una variedad de aprendizajes en el aula.

COMENTARIO FINAL

Hasta aquí, se han presentado diferentes propuestas teóricas y prácticas que se pueden adoptar o adaptar para promover la motivación de los alumnos, una mejor relación con el docente y contenidos dinámicos para la asignatura de matemáticas.

Por favor considere el contenido sólo como sugerencias, la experiencia como docente seguramente le habrá enseñado que no hay fórmulas perfectas para promover un aprendizaje significativo en los alumnos.

Es bien sabido que el proceso de enseñanza aprendizaje es una combinación balanceada de conocimientos y práctica profesional. El cuadernillo de propuestas tiene el fin de proporcionarle diferentes opciones para identificar lo primero e indudablemente usted tendrá mucho que aportar en lo segundo.

Lecturas recomendadas

- Carbonero, M., Martín, L., y Arranz, E. (1998). Expectativas ante las matemáticas de alumnos de primer ciclo de Educación Secundaria. *Revista de Psicodidáctica*, (6), 69-78.
- Cárdenas, C. (2009). Identificación de tipologías de actitud hacia las matemáticas en estudiantes de séptimo y octavo grado de primaria. *Perfiles Educativos*, 30 (122), 94-108.
- Douglas M., (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization: En D. A Grows. (Ed) *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics*. (pp 575 - 596) New York: Macmillan publishing company
- Fennema E., Franke L. (1992). Teacher' knowledge and its impact. En D. A. Grows (Ed) *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a proyect of the national council of teachers of mathematics*. (pp 147-164) New York: Macmillan Publishing Company
- Flores, R. & Macotela, S. (2006). *Problemas de Aprendizaje en la Adolescencia: Experiencias en el Programa Alcanzando el Éxito en Secundaria*. México: UNAM.
- Flores, R. C., y Gómez, B., J. (2010). Un estudio sobre la motivación hacia la escuela secundaria en estudiantes mexicanos. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 12(1), 1-18. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-0412010000100005&lng=es&nrm=iso>. ISSN 1607-4041.
- Gairín, J. (1990). *Las actitudes en educación: un estudio sobre educación matemática*. Barcelona: Editorial Boixareu Universitaria.
- Gil, N., Guerrero, E., y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista electrónica de investigación psicoeducativa*, 4(1), 47-72. Recuperado de: http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/8/espagnol/Art_8_96.pdf

-
- González, R. (2003). La relación del autoconcepto con el aprovechamiento en matemáticas: estudio transversal con adolescentes mexicanos(as). *Educación matemática*, 15(2), 12-18.
- González, R. M. (2005). Un modelo explicativo del interés hacia las matemáticas de las y los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 17(1), 107-128.
- Gómez Chacón, M., I. (2003) La Tarea Intelectual en Matemáticas: Afecto, Meta-afecto y los Sistemas de Creencias. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2 (2003) 225
- Gómez-Chacón, I., M. (2007). Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de secundaria. *Revista Complutense de Educación* 18(2), 125-143.
- Gómez-Chacón, I.M^a. (2010). Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 121-140). Lleida: SEIEM
- Gómez-Chacón, I., M. y Figueiral, L. (2007). Identidad y factores afectivos en el aprendizaje de la matemática. *Annales de Didactique et de sciences cognitives*, 12, 117 – 146.
- Hidalgo, S., Maroto, A., & Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, 75-95.
- Kloosterman P., y Stage F. (1992). Measuring belief about mathematics problem solving. *School Science and Mathematics*. 92(3) 109-115.
- Lebrija, T., A. (2010). *Programa de formación continua para el profesorado de Matemática: Desde un enfoque de enseñanza centrada en el alumno*. Madrid, Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Madrid
- Ledezma & Rodríguez (2005) La vida cotidiana de los profesores en las aulas de la escuela secundaria. *Revista educar*, 26(1), 65-72.
- Mantecón, J., Andrews, P., y Op't Eynde, P., (2008). Mejora y evaluación de un cuestionario de creencias de matemáticas en función de nacionalidad, edad y sexo. *Investigación en Educación Matemática XI*, 325-333.

- Moreano, G., Asmad, U., Cruz, y Cuglievan, G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primaria de escuelas estatales. *Revista de psicología (Lima)*, 26(2), 299-334.
- Ontoria, A., Ballesteros, A., Cuevas, M. (2001). Construcción del conocimiento desde el aprendizaje significativo-cognitivo. En J. Alarcón, & R. Rosas (Eds), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Parra, A., M., (2006) Aprendizaje cooperativo y estrategias de solución de problemas matemáticos. En R. Flores, & S. Macotela, *Problemas de Aprendizaje en la Adolescencia: Experiencias en el Programa Alcanzando el Éxito en Secundaria*. México: UNAM.
- Portillo, R., A. (2010). *Dificultades para el aprendizaje de las matemáticas en secundaria*. Tesis para obtener el grado de Maestría en Desarrollo Educativo. Chihuahua: centro Chihuahuense de Estudios de Posgrado.
- Rosales, C. (2001). Dimensiones psicosociales de la evaluación. En J. Alarcón, & R. Rosas (Eds), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Rivera, V. (2003). *Afectividad en el Aprendizaje Matemático: caso experimental en la Universidad Veracruzana*. México, Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Tamaulipas.
- Rivera, V., (2011). *Competencia afectiva en el aprendizaje matemático: un enfoque desde la Matemática Educativa*. México, Tesis de Doctorado. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Programa de Doctorado en Ciencias En Matemática Educativa Instituto Politécnico Nacional
- Schoenfeld A.(1989) Exploration of student's mathematics beliefs and behavior. *Journal for research in mathematics education* 20, 4,338-350.

- Schoenfeld A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En D. Grows (ed) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 334-370) N:Y: Macmillan.
- Tárraga, M., R. (2008). Relación entre rendimiento en solución de problemas y factores afectivo-motivacionales en alumnos con y sin dificultades del aprendizaje. *Apuntes de psicología*, 26 (1), 143-148. Recuperado de: http://scholar.googleusercontent.com/scholar?q=cache:5uvANLsuedgJ:scholar.google.com/+P.+Op%C2%B4t+Eynde&hl=es&lr=lang_es&as_sdt=0
- Ursini, S., Sánchez, G., & Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. *Educación matemática*, 59-78.